

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΤΡΙΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2007  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.** Να αποδειχθεί ότι για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύει  $P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$ .

**Μονάδες 8**

**B.α.** Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 4**

**β.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων, όταν ο  $n$  είναι άρτιος αριθμός.

**Μονάδες 3**

**Γ1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες  $F_i$  εκφράζουν το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής  $x_i$ .

**Μονάδες 2**

β. Αν  $f, g$  είναι δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε για την παράγωγο της σύνθετης συνάρτησης ισχύει:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x).$$

**Μονάδες 2**

γ. Αν για μια συνάρτηση  $f$  ισχύουν  $f'(x_0)=0$  για  $x_0 \in (\alpha, \beta)$ ,  $f'(x) > 0$  στο  $(\alpha, x_0)$  και  $f'(x) < 0$  στο  $(x_0, \beta)$ , τότε η  $f$  παρουσιάζει στο διάστημα  $(\alpha, \beta)$  για  $x=x_0$  ελάχιστο.

**Μονάδες 2**

Γ2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f_1(x) = x^v, \quad \text{όπου } v \text{ φυσικός}$$

$$f_2(x) = \ln x, \quad \text{όπου } x > 0$$

$$f_3(x) = \sqrt{x}, \quad \text{όπου } x > 0$$

$$f_4(x) = \sin x, \quad \text{όπου } x \text{ πραγματικός.}$$

**Μονάδες 4**

### ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = xe^x + 3$ , όπου  $x$  πραγματικός αριθμός.

α. Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = f(x) + e^x - 3$

**Μονάδες 10**

β. Να βρεθεί το  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x}$ .

**Μονάδες 15**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  για τον οποίο ισχύει  $P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=2P(3)=2P(4)=2P(5)$ . Ορίζουμε τα ενδεχόμενα του  $\Omega$ :

$$A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}, B = \{2, x + 1, 2x^2 + x - 2, -2x + 1\}$$

όπου  $x$  ένας πραγματικός αριθμός.

**α.** Να βρεθούν οι πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του  $\Omega$ , δηλαδή οι  $P(-1), P(0), P(1), P(2), P(3), P(4), P(5)$ .

**Μονάδες 7**

**β.** Να βρεθεί η μοναδική τιμή του  $x$  για την οποία ισχύει  $A \cap B = \{-1, 3\}$ .

**Μονάδες 8**

**γ.** Για  $x = -1$  να δειχθεί ότι:

$$P(A) = \frac{5}{11}, \quad P(B) = \frac{7}{11}, \quad P(A \cap B) = \frac{3}{11}$$

και στη συνέχεια να υπολογιστούν οι πιθανότητες  $P(A - B)$  και  $P(A \cup B')$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Θεωρούμε δύο δείγματα  $A$  και  $B$  με παρατηρήσεις:

$$\text{Δείγμα } A: 12, 18, t_3, t_4, \dots, t_{25}$$

$$\text{Δείγμα } B: 16, 14, t_3, t_4, \dots, t_{25}.$$

Δίνεται ότι  $t_3 + t_4 + \dots + t_{25} = 345$ .

**α.** Να αποδείξετε ότι οι μέσες τιμές  $\bar{x}_A$  και  $\bar{x}_B$  των δύο δειγμάτων  $A$  και  $B$  αντίστοιχα είναι  $\bar{x}_A = \bar{x}_B = 15$ .

**Μονάδες 7**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- β. Αν  $s_A^2$  είναι η διακύμανση του δείγματος Α και  $s_B^2$  είναι η διακύμανση του δείγματος Β, να αποδείξετε ότι  $s_A^2 - s_B^2 = \frac{16}{25}$ .

**Μονάδες 8**

- γ. Αν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος Α είναι ίσος με  $CV_A = \frac{1}{15}$ , να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής  $CV_B$  του δείγματος Β.

**Μονάδες 10**

**ΟΔΗΓΙΕΣ**

(για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10:30' πρωινή.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ