Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής

Γενικής Παιδείας Γ' Λυκείου

Δευτέρα 18 Μαΐου 2009

Θέμα 1ο

Α. Θεωρία (Σχ.Βιβλίο σελ.150)

Β. Θεωρία (Σχ.Βιβλίο σελ.65)

Γ. (α)-Λ (β)-Σ (γ)-Λ (δ)-Σ (ε)-Σ

Θέμα 2ο

χ_ι	ν_ι	$\chi_\iota \nu_\iota$	$(\chi_\iota - \bar{\chi})^2 \nu_\iota$
2	6	12	24
3	ν_2	$3\nu_2$	ν_2
5	3	15	3
8	4	32	64
Σύνολο	$13 + \nu_2$	$59 + 3\nu_2$	$91 + \nu_2$

α) $\bar{\chi} = \frac{\sum_1^4 \chi_\iota \nu_\iota}{\nu} \Leftrightarrow 4 = \frac{59+3\nu_2}{13+\nu_2} \Leftrightarrow \nu_2 = 7$

β) $s^2 = \frac{\sum_1^4 (\chi_\iota - \bar{\chi})^2 \nu_\iota}{\nu} \Leftrightarrow s^2 = \frac{98}{20} = 4.9$

γ) $CV = \frac{s}{\bar{\chi}} = \frac{2.2}{4} = 0.55$ και επειδή είναι μεγαλύτερο από το 0.10 το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Θέμα 3ο

α) Η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της f αντίστοιχα είναι:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + a$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω στην σχέση $2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2$

θα έχουμε

$$2(6\chi - 12) + 3\chi^2 - 12\chi + \alpha - 3\chi^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 9$$

β)

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(\chi - 1)(\chi - 3)$$

Οπότε το ζητούμενο όριο είναι :

$$\lim_{\chi\to 1}\frac{f'(x)}{x^2-1} = \lim_{\chi\to 1}\frac{3(\chi-1)(\chi-3)}{(\chi-1)(\chi+1)} = \lim_{\chi\to 1}\frac{3(\chi-3)}{(\chi+1)} = -3$$

γ) Γνωρίζουμε ότι η εφαπτομένη της f έχει συντελεστή διεύθυνσης -3 και θα έχουμε:

$$f'(x) = -3 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = -3 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης θα είναι :

$$y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y + 5 = -3(x - 2) \Leftrightarrow y = -3x + 1$$

<u>Θέμα 4ο</u>

Α. $$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}>0 \Leftrightarrow \frac{1}{x}>\frac{1}{2} \Leftrightarrow x<2$$

$$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}<0 \Leftrightarrow \frac{1}{x}<\frac{1}{2} \Leftrightarrow x>2$$

$$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow \frac{1}{x}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=2$$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗		↘

Η f παρουσιάζει στο $f(2)=\lambda^2-6\lambda+1+ln2$ τοπικό μέγιστο.

Β. α) Επειδή για χ>2 η f(x) είναι γνησίως φθίνουσα και θα έχουμε:

$f(8)<f(5)<f(4)<f(3)<f(2)$

Άρα το εύρος θα δίνεται από την σχέση $R=f(2)-f(8)=3+ln\frac{1}{4}$

και η διάμεσος $\delta=f(4)=ln4+\lambda^2-6\lambda$

β) $R+\delta<-2 \Leftrightarrow 3+ln\frac{1}{4}+ln4+\lambda^2-6\lambda<-2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \lambda^2-6\lambda+3<-2 \Leftrightarrow \ \lambda^2-6\lambda+5<0 \Leftrightarrow 1<\lambda<5$$

Επομένως Α={2,3,4} απ’ όπου προκύπτει $P(A)=\frac{3}{100}$