

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΠΕΜΠΤΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2006

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ



ΘΕΜΑ 1^ο

A. Θεωρία σελ. 30

B. α) Θεωρία σελ. 142

β) Θεωρία σελ. 16

Γ. α) Σ

β) Σ

γ) Λ

δ) Λ

ΘΕΜΑ 2^ο

A.

Αριθμός βιβλίων x_i	Αριθμός Μαθητών v_i
0	$\alpha+4$
1	$5\alpha+8$
2	4α
3	$\alpha-1$
4	2α
Σύνολο	50

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = v$$

$$\alpha + 4 + 5\alpha + 8 + 4\alpha + \alpha - 1 + 2\alpha = 50$$

$$13\alpha + 11 = 50$$

$$13\alpha = 39 \text{ ή } \alpha = 3$$

άρα

x_i	v_i	$x_i v_i$	N_i
0	7	0	7
1	23	23	30
2	12	24	42
3	2	6	44
4	6	24	50
Σύνολο	50	77	



Ο Μαθηματικός 3^ο των μαθητών

$$\text{B. } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i \cdot v_i}{v} = \frac{77}{50} = 1,54$$

$$\text{Γ. } \delta = \frac{x_{25} + x_{26}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$$

Δ. ονομάζουμε $A = \{\text{ένας μαθητής να έχει διαβάσει τουλάχιστον 3 βιβλία}\}$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{v_4 + v_5}{v} = \frac{2+6}{50} = \frac{8}{50} = 0,16 \text{ ή } 16\%$$

ΘΕΜΑ 3^ο

x: Αγόρια και $(x+4)^2$: Κορίτσια

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα

$A = \{\text{να επιλεγεί αγόρι}\}$

$K = \{\text{να επιλεγεί κορίτσι}\}$

$$\text{A. } P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{x}{x + (x+4)^2} = \frac{x}{x + x^2 + 8x + 16} = \frac{x}{x^2 + 9x + 16}$$

$$\text{B. } P(A) = \frac{1}{19} \text{ ή } \frac{x}{x^2 + 9x + 16} = \frac{1}{19} \text{ ή } x^2 + 9x + 16 = 19x \text{ ή}$$

$$\text{ή } x^2 + 9x + 16 - 19x = 0 \text{ ή } x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 100 - 64 = 36$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 6}{2} \begin{cases} \frac{10+6}{2} = 8 \\ \frac{10-6}{2} = 2 \end{cases}$$



Ο Μαθηματικός όλων των μαθητών

- Για $x=8$ το μέγεθος του δείγματος είναι

$$v = x + (x + 4)^2 = x + x^2 + 8x + 16$$

για $x=8$ $v = 8^2 + 9 \cdot 8 + 16 = 64 + 72 + 16 = 152$

αδύνατο γιατί ο όμιλος περιλαμβάνει λιγότερα από 100 άτομα

- Για $x=2$ $v = 2^2 + 9 \cdot 2 + 16 = 4 + 18 + 16 = 38$ δεκτή

$$P(K) = \frac{N(K)}{N(\Omega)} = \frac{(x + 4)^2}{x^2 + 9x + 16} = \frac{6^2}{38} = \frac{36}{38} = 0,947 \quad \text{ή} \quad 94,7\%$$

Γ. $P(A) = \frac{x}{x^2 + 9x + 16} = f(x)$

i) Π.Ο. = $(0, +\infty)$

$$\begin{aligned} \text{ii) } f'(x) &= \left(\frac{x}{x^2 + 9x + 16} \right)' = \frac{(x)'(x^2 + 9x + 16) - x(x^2 + 9x + 16)'}{(x^2 + 9x + 16)^2} = \\ &= \frac{x^2 + 9x + 16 - x(2x + 9)}{(x^2 + 9x + 16)^2} = \frac{x^2 + 9x + 16 - 2x^2 - 9x}{(x^2 + 9x + 16)^2} = \frac{-x^2 + 16}{(x^2 + 9x + 16)^2} \end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{-x^2 + 16}{(x^2 + 9x + 16)^2} = 0 \quad \text{ή} \quad -x^2 + 16 = 0 \quad \text{ή} \quad x = \begin{cases} 4 \\ -4 \end{cases} \text{ απορρίπτεται γιατί } x > 0$$

x	0	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	○	-
$f(x)$	↗		↘

T.M.

Για $x=4$ μεγιστοποιείται η πιθανότητα να επιλεγεί η πιθανότητα να επιλεγεί αγόρι και η τιμή αυτής είναι:

$$y_{\max} = f(4) = \frac{4}{4^2 + 9 \cdot 4 + 16} = \frac{4}{16 + 36 + 16} = \frac{4}{68} = \frac{1}{17}$$



Ο Μαθηματικός όλων των μαθητών

ΘΕΜΑ 4^ο

α. $f'(x) = -4x + \kappa + 4 \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f'(1) = 0 \Leftrightarrow -4 + \kappa + \frac{4}{2} = 0 \Leftrightarrow \kappa = 2$$

Άρα $f(1) = -2 + 2 + 4 + 10 = 14$

Έστω $y = \lambda x + \beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης $f(1) = -2 + 2 + 4 + 10 = 14$

$$y = \beta$$

$$y = 14$$

β. $\bar{x} = 14 \quad f'(4) = -13$

$$S = \frac{-2(-13)}{13} = 2$$

i. Είναι $\frac{0,15}{100} \cdot v = 3 \Leftrightarrow v = 2000$

Στο διάστημα (10, 16) βρίσκεται το 81,5% των παρατηρήσεων, δηλαδή

$$\frac{81,5}{100} \cdot 2000 = 1630$$

ii. Είναι $CV = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7} > \frac{1}{10}$, άρα δεν είναι ομοιογενές .

Πρέπει $CV' \leq 0,10$ δηλαδή $\frac{S'}{x'} \leq \frac{1}{10}$

δηλαδή $\frac{S}{x + \alpha} \leq \frac{1}{10}$ δηλαδή $\frac{2}{14 + \alpha} \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow \alpha \geq 6$ άρα $\alpha = 6$