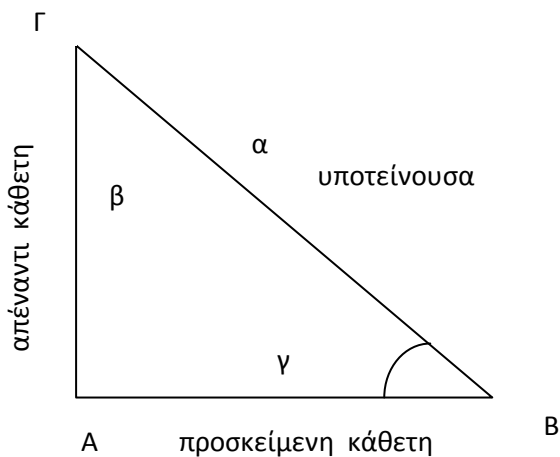




Τριγωνομετρία

Τριγωνομετρικοί αριθμοί οξείας γωνίας



$$\eta\mu B = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}}$$

$$\sigma\upsilon\nu B = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}}$$

$$\epsilon\varphi B = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}}$$

$$\sigma\varphi B = \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{απέναντι κάθετη}}$$



Τριγωνομετρικός πίνακας

| | $0^\circ \text{ ή } 360^\circ$ | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° |
|-----|--------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-------------|------------------|
| | $0 \text{ ή } 2\pi$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ |
| ημ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | -1 |
| συν | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | -1 | 0 |
| εφ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | \nexists | 0 | \nexists |
| σφ | \nexists | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 | \nexists | 0 |

Αναγωγή στο 1ο τεταρτημόριο

| | $\frac{\pi}{2} - \chi$ | $\frac{\pi}{2} + \chi$ | $\pi - \chi$ | $\pi + \chi$ | $\frac{3\pi}{2} - \chi$ | $\frac{3\pi}{2} + \chi$ | $-\chi$ |
|-----|------------------------|------------------------|--------------|--------------|-------------------------|-------------------------|---------|
| ημ | συνχ | συνχ | ημχ | -ημχ | -συνχ | -συνχ | -ημχ |
| συν | ημχ | -ημχ | -συνχ | -συνχ | -ημχ | ημχ | συνχ |
| εφ | σφχ | -σφχ | -εφχ | εφχ | σφχ | -σφχ | -εφχ |
| σφ | εφχ | -εφχ | -σφχ | σφχ | εφχ | -εφχ | -σφχ |



Τριγωνομετρικές Ταυτότητες

$$\eta\mu^2\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi = 1$$

$$\epsilon\varphi\chi = \frac{\eta\mu\chi}{\sigma\upsilon\nu\chi}$$

$$\sigma\varphi\chi = \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{\eta\mu\chi} = \frac{1}{\epsilon\varphi\chi}$$

$$\epsilon\varphi\chi \cdot \sigma\varphi\chi = 1$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\chi = \frac{1}{1 + \epsilon\varphi^2\chi}$$

$$\eta\mu^2\chi = \frac{\epsilon\varphi^2\chi}{1 + \epsilon\varphi^2\chi}$$

Τριγωνομετρικές Εξισώσεις

$$\eta\mu\chi = \eta\mu\theta \Leftrightarrow \begin{cases} \chi = 2\kappa\pi + \theta \\ \quad \quad \quad \text{ή} \\ \chi = 2\kappa\pi + (\pi - \theta) \end{cases}, \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$\sigma\upsilon\nu\chi = \sigma\upsilon\nu\theta \Leftrightarrow \begin{cases} \chi = 2\kappa\pi + \theta \\ \quad \quad \quad \text{ή} \\ \chi = 2\kappa\pi - \theta \end{cases}, \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$\epsilon\varphi\chi = \epsilon\varphi\theta \Leftrightarrow \chi = \kappa\pi + \theta, \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$\sigma\varphi\chi = \sigma\varphi\theta \Leftrightarrow \chi = \kappa\pi + \theta, \kappa \in \mathbb{Z}$$



▣ Τριγωνομετρικοί αριθμοί αθροίσματος γωνιών

$$\eta\mu(\alpha + \beta) = \eta\mu\alpha\sigma\upsilon\upsilon\beta + \sigma\upsilon\upsilon\alpha\eta\mu\beta$$

$$\eta\mu(\alpha - \beta) = \eta\mu\alpha\sigma\upsilon\upsilon\beta - \sigma\upsilon\upsilon\alpha\eta\mu\beta$$

$$\sigma\upsilon\upsilon(\alpha + \beta) = \sigma\upsilon\upsilon\alpha\sigma\upsilon\upsilon\beta - \eta\mu\alpha\eta\mu\beta$$

$$\sigma\upsilon\upsilon(\alpha - \beta) = \sigma\upsilon\upsilon\alpha\sigma\upsilon\upsilon\beta + \eta\mu\alpha\eta\mu\beta$$

$$\varepsilon\varphi(\alpha + \beta) = \frac{\varepsilon\varphi\alpha + \varepsilon\varphi\beta}{1 - \varepsilon\varphi\alpha\varepsilon\varphi\beta}$$

$$\varepsilon\varphi(\alpha - \beta) = \frac{\varepsilon\varphi\alpha - \varepsilon\varphi\beta}{1 + \varepsilon\varphi\alpha\varepsilon\varphi\beta}$$

$$\sigma\varphi(\alpha + \beta) = \frac{\sigma\varphi\alpha\sigma\varphi\beta - 1}{\sigma\varphi\beta + \sigma\varphi\alpha}$$

$$\sigma\varphi(\alpha - \beta) = \frac{\sigma\varphi\alpha\sigma\varphi\beta + 1}{\sigma\varphi\beta - \sigma\varphi\alpha}$$



▣ Τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας 2α

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha$$

$$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha = 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1 = 1 - 2\eta\mu^2\alpha$$

$$\varepsilon\varphi 2\alpha = \frac{2\varepsilon\varphi\alpha}{1 - \varepsilon\varphi^2\alpha}$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\varepsilon\varphi^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}$$



■ Νόμος των ημιτόνων

Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει:

$$\frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma} = 2R$$

όπου R , η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.

■ Νόμος των συνημιτόνων

Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει:

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A$$

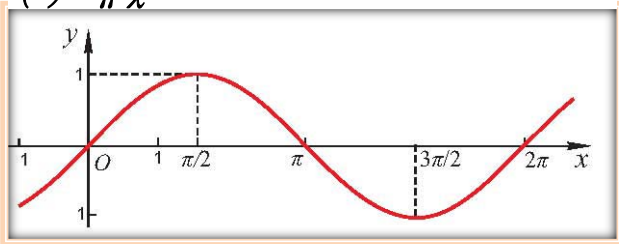
$$\beta^2 = \gamma^2 + \alpha^2 - 2\gamma\alpha\sigma\upsilon\nu B$$

$$\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta\sigma\upsilon\nu \Gamma$$

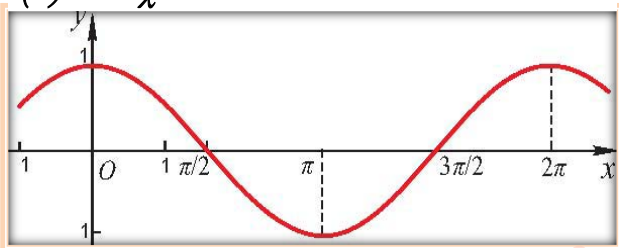


Τριγωνομετρικές συναρτήσεις

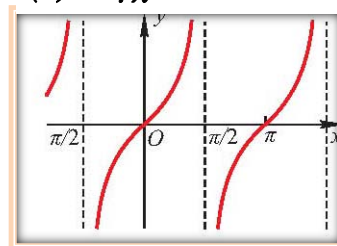
$f(x) = \eta\mu x$



$f(x) = \sigma\upsilon\eta x$



$f(x) = \epsilon\phi x$



$f(x) = \sigma\phi x$

